

# ***НИУ «МЭИ»*** **представляет учебный курс:**

Проектирование цифровых систем управления на базе  
отечественного микроконтроллера **НИИЭТ К1921ВК01Т**

Москва 2019

# Лекция 3.1

- Знакомство с различными подходами к математическим вычислениям – в целочисленном формате с фиксированной точкой и в формате с плавающей точкой.
- Синтез фильтра (инерционного звена первого порядка) в цифровом виде, реализация его при помощи различных подходов.
- Практическая работа по запуску и проверке работы цифрового фильтра.

# Проблемы двоичных вычислений

$$\begin{array}{r} \phantom{0000}0100 \\ * \phantom{0000}0011 \\ \hline 00000100 \\ 00001000 \\ 00000000 \\ 00000000 \\ \hline 00001100 \end{array}$$

Аккумулятор 

0	0	0	0	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

$$\begin{array}{r} \phantom{00}4 \\ * \phantom{00}3 \\ \hline \phantom{00}12 \end{array}$$

Память 

?
---

Допустим, что исходные данные представляют собой 4-разрядные целые числа со знаком. Диапазон их возможного изменения от -8 до +7. При умножении результат уместается в 8 разрядах.

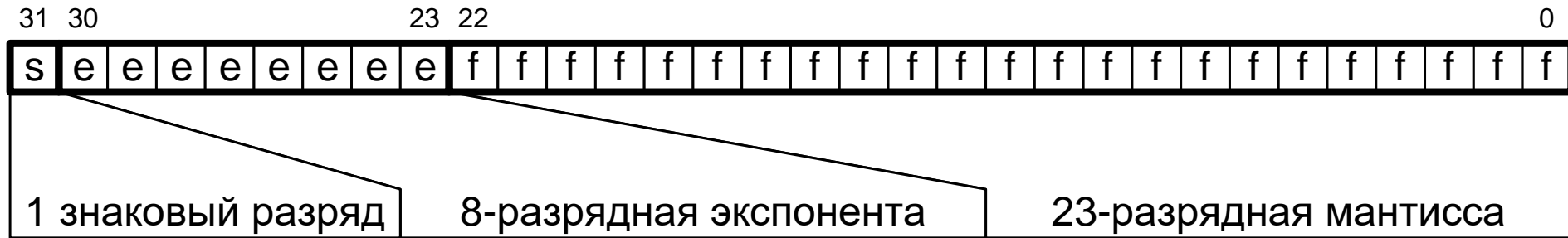
Сохранить результат без потери знаков можно в две 4-разрядные ячейки памяти. Сохранять только младшую часть нельзя, так как она может не вместить весь результат умножения.

Уже в данном конкретном примере ответ равен 12, что выходит из диапазона допустимых значений знаковых 4-разрядных чисел, и, будучи сохраненной, младшая часть результата будет в дальнейших вычислениях восприниматься числом -4, что совершенно недопустимо.

# Проблемы двоичных вычислений

- Решение 1: увеличение разрядности данных
- Решение 2: использование относительных единиц и целочисленного формата с фиксированной точкой
- Решение 3: использование формата плавающей точки

# Числа с плавающей точкой



if  $((e = 255) \text{ and } (f \neq 0))$  then  $v = NaN$ ;

if  $((e = 255) \text{ and } (f = 0))$  then  $v = [(-1)^s] \cdot \infty$ ;

if  $(0 < e < 255)$  then  $v = [(-1)^s] \cdot [2^{e-127}] \cdot (1.f)$ ;

if  $((e = 0) \text{ and } (f \neq 0))$  then  $v = [(-1)^s] \cdot [2^{e-126}] \cdot (0.f)$ ;

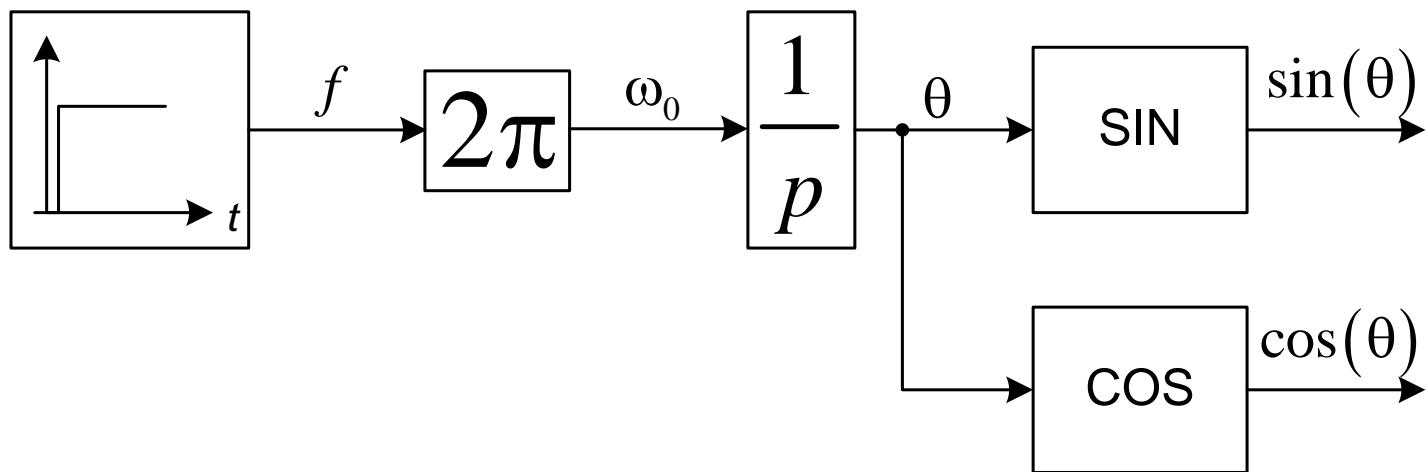
if  $((e = 0) \text{ and } (f = 0))$  then  $v = [(-1)^s] \cdot 0$ .

$1,920929 \cdot 10^{-38}$

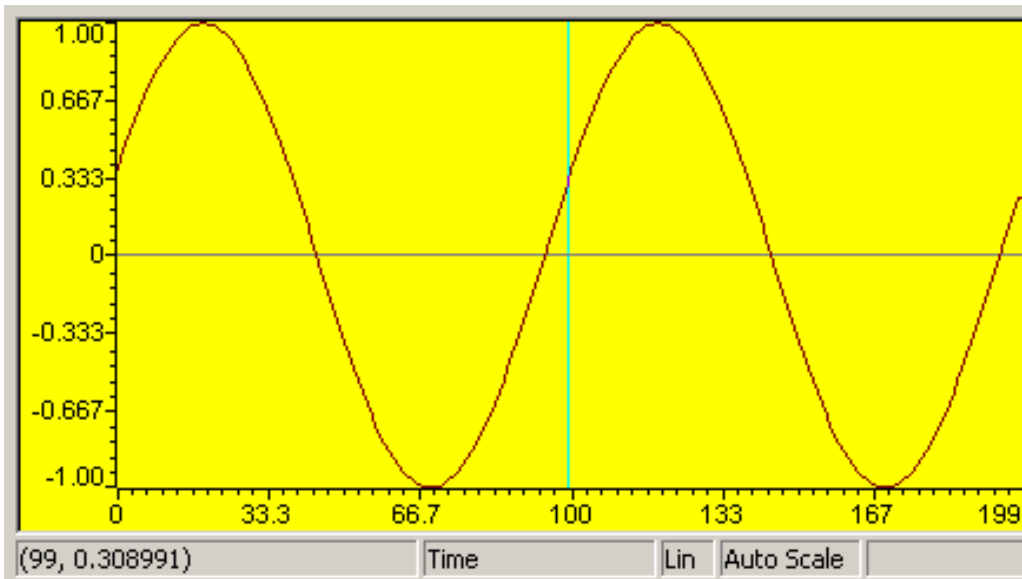
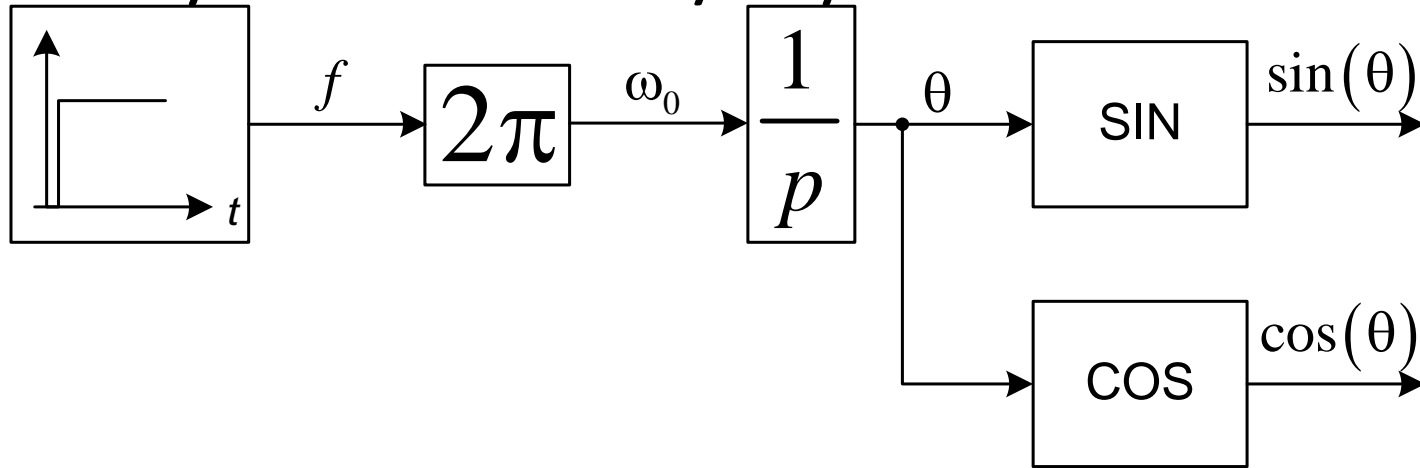
$3,4028235 \cdot 10^{38}$





# Демонстрация проблем плавающей точки


Преобразование частоты в угол  
и синус и косинус угла




# Преобразование частоты в угол и синус и косинус угла

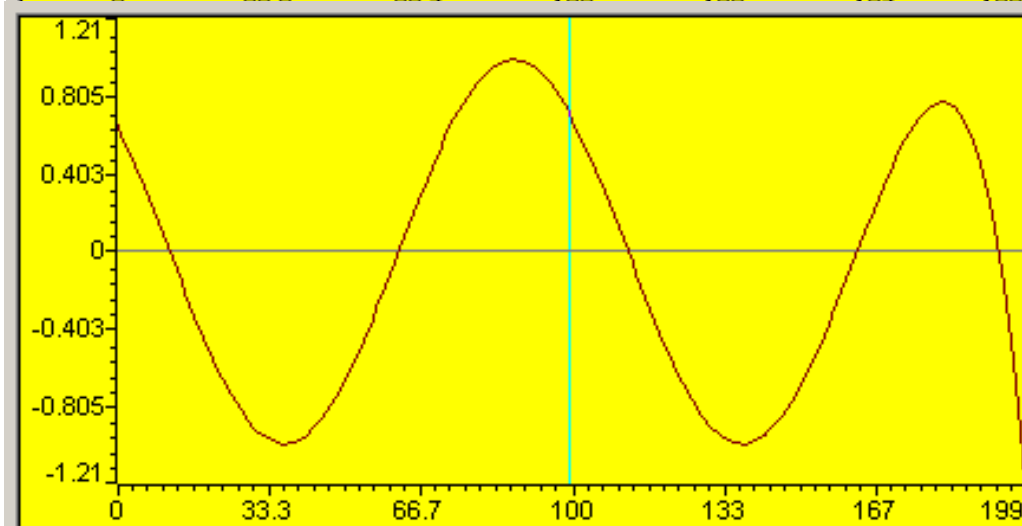


Name	Value	Type	
 <code>teta</code>	12.81759	float	
 <code>x</code>	0.248585	float	
 <code>y</code>	0.9686102	float	
			

 Watch Locals

 Watch 1

# Преобразование частоты в угол и синус и косинус угла



(99, 0.728739) Time Lin Auto Scale

Name	Value	Type	
teta	12.81759	float	
x	0.248585	float	
y	0.9686102	float	

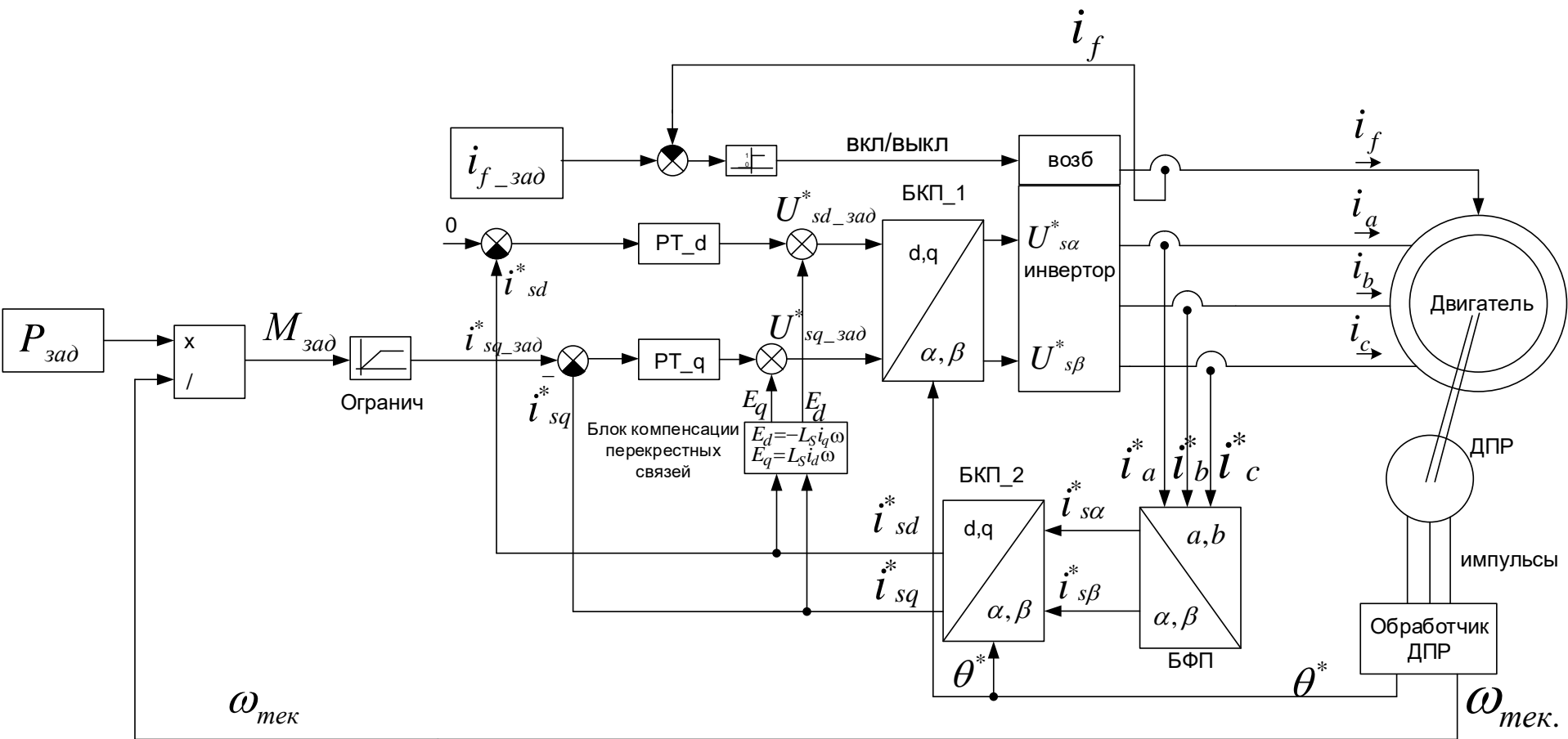
Name	Value	Type	
teta	102946.0	float	
x	-1.208248	float	
y	-31.96956	float	

Watch Locals

Watch 1



# Демонстрация проблем плавающей точки: отравление INForm

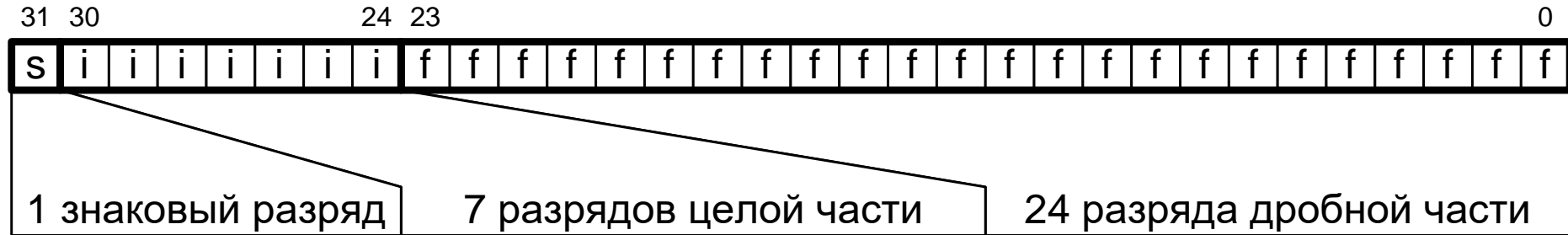


# Формат с фиксированной точкой

[illegible]

Число в формате IQ 2.2 (2 разряда целой, 2 разряда дробной части) умножается на IQ 2.2, Получается ответ формата 4.4, где 2 разряда целой части и два разряда дробной отсекаются.

# Числа с фиксированной точкой и библиотека *IQmath*



## Формат IQ 8.24:

- 24 разряда дробной части обеспечивают  $2^{24}=16777216$  градаций дробной части, что более чем достаточно для реальных задач электропривода
- 7 разрядов целой части обеспечивают запас перегрузочной способности в диапазоне +127 и -128. При верном выборе базовых величин относительных единиц переполнение не произойдет ни в каком случае: есть большой запас

# Преимущества относительных единиц

- определенность с разрядностью всех вычислений в системе;
- независимость представления данных системы управления и моделей от номинальной мощности, номинальной скорости, номинального тока и других параметров, которые могут меняться от объекта к объекту;
- в относительных числах можно избежать использования иррациональных чисел и производить операции, не накапливая погрешности;
- удобно задавать настройки и ограничения работы системы управления в процентах от номинала, которые могут редактироваться и отображаться на интерфейсных устройствах в абсолютных единицах (СИ) независимо от мощности электропривода.

# Выбор системы относительных единиц

Следует выбрать непротиворечивую систему базовых величин

$$x^* = \frac{x}{X_6},$$

# Перевод уравнений в ОЕ

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{я ном}} &= 110 \text{ В}; \\ I_{\text{я ном}} &= 10 \text{ А}; \\ R_{\text{я}} &= 1 \text{ Ом}; \\ k\Phi_{\text{ном}} &= 1 \frac{\text{В} \times \text{с}}{\text{рад}}; \\ \omega_{\text{ном}} &= 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \\ L_{\text{я}} &= 0,010 \text{ Гн}. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} U_{DC} &= 110 \text{ В}; \\ T_{\text{ШИМ}} &= \frac{1}{10000} \text{ с}; \\ u_{\text{вых}} &= U_{DC} \cdot \gamma. \end{aligned} \right\}$$

# Перевод уравнений в ОЕ

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{я ном}} &= 110 \text{ В}; \\ I_{\text{я ном}} &= 10 \text{ А}; \\ R_{\text{я}} &= 1 \text{ Ом}; \\ k\Phi_{\text{ном}} &= 1 \frac{\text{В} \times \text{с}}{\text{рад}}; \\ \omega_{\text{ном}} &= 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \\ L_{\text{я}} &= 0,010 \text{ Гн}. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} U_{DC} &= 110 \text{ В}; \\ T_{\text{ШИМ}} &= \frac{1}{10000} \text{ с}; \\ u_{\text{вых}} &= U_{DC} \cdot \gamma. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \left( u_{\text{я}} = k\Phi_{\text{ном}} \omega + i_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} \right) / U_{\text{б}}; \\ (M = k\Phi_{\text{ном}} i_{\text{я}}) / M_{\text{б}}. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{\text{я}}}{U_{\text{б}}} &= \frac{k\Phi_{\text{ном}} \omega}{k\Phi_{\text{б}} \omega_{\text{б}}} + \frac{i_{\text{я}} R_{\text{я}}}{I_{\text{б}} R_{\text{б}}} + \frac{1}{L_{\text{б}} \omega_{\text{б}} I_{\text{б}}} L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt}; \\ \frac{M}{M_{\text{б}}} &= \frac{k\Phi_{\text{ном}} i_{\text{я}}}{k\Phi_{\text{б}} I_{\text{б}}}, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{я}}^* &= k\Phi_{\text{ном}}^* \omega^* + i_{\text{я}}^* R_{\text{я}}^* + L_{\text{я}}^* \frac{di_{\text{я}}^*}{dt^*}; \\ M^* &= k\Phi_{\text{ном}}^* i_{\text{я}}^*, \end{aligned} \right\}$$

# Пример выбора базовых величин

Основные:

$$U_{\zeta} = U_{\text{я ном}} = 110 \text{ В};$$

$$I_{\zeta} = I_{\text{я ном}} = 10 \text{ А};$$

$$\omega_{\zeta} = \omega_0 = \frac{U_{\text{я ном}}}{k\Phi_{\text{ном}}} = 110 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Производные:

$$P_{\zeta} = U_{\zeta} \cdot I_{\zeta} = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт};$$

$$M_{\zeta} = \frac{P_{\zeta}}{\omega_{\zeta}} = \frac{1100}{110} = 10 \text{ Н}\times\text{м};$$

$$R_{\zeta} = \frac{U_{\zeta}}{I_{\zeta}} = \frac{110}{10} = 11 \text{ Ом};$$

$$L_{\zeta} = \frac{R_{\zeta}}{\omega_{\zeta}} = \frac{11}{110} = 0,1 \text{ Гн};$$

$$k\Phi_{\zeta} = \frac{U_{\zeta}}{\omega_{\zeta}} = \frac{110}{110} = 1 \frac{\text{В}\times\text{с}}{\text{рад}}.$$



# Пример выбора базовых величин

Основные:

$$U_{\zeta} = U_{\text{я ном}} = 110 \text{ В};$$

$$I_{\zeta} = I_{\text{я ном}} = 10 \text{ А};$$

$$\omega_{\zeta} = \omega_0 = \frac{U_{\text{я ном}}}{k\Phi_{\text{ном}}} = 110 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Производные:

$$P_{\zeta} = U_{\zeta} \cdot I_{\zeta} = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт};$$

$$M_{\zeta} = \frac{P_{\zeta}}{\omega_{\zeta}} = \frac{1100}{110} = 10 \text{ Н} \times \text{м};$$

$$R_{\zeta} = \frac{U_{\zeta}}{I_{\zeta}} = \frac{110}{10} = 11 \text{ Ом};$$

$$L_{\zeta} = \frac{R_{\zeta}}{\omega_{\zeta}} = \frac{11}{110} = 0,1 \text{ Гн};$$

$$k\Phi_{\zeta} = \frac{U_{\zeta}}{\omega_{\zeta}} = \frac{110}{110} = 1 \frac{\text{В} \times \text{с}}{\text{рад}}.$$

$$U_{\text{я ном}}^* = \frac{U_{\text{я ном}}}{U_{\zeta}} = \frac{110}{110} = 1;$$

$$I_{\text{я ном}}^* = \frac{I_{\text{я ном}}}{I_{\zeta}} = \frac{10}{10} = 1;$$

$$R_{\text{я}}^* = \frac{R_{\text{я}}}{R_{\zeta}} = \frac{1}{11} = 0,0909;$$

$$k\Phi_{\text{ном}}^* = \frac{k\Phi_{\text{ном}}}{k\Phi_{\zeta}} = \frac{1}{1} = 1;$$

$$\omega_{\text{ном}}^* = \frac{\omega_{\text{ном}}}{\omega_{\zeta}} = \frac{100}{110} = 0,909;$$

$$P_{\text{ном}}^* = \frac{P_{\text{ном}}}{P_{\zeta}} = \frac{1000}{1100} = 0,909;$$

$$L_{\text{я}}^* = \frac{L_{\text{я}}}{L_{\zeta}} = \frac{0,01}{0,1} = 0,1.$$

	Целочисленные вычисления	Плавающая точка
Необходимость использования относительных единиц	Да	Нет
Проблемы при использовании очень больших чисел	Да, ест риск переполнения	Да, есть риск неверных вычислений при наличии в выражении малых чисел
Проблемы при использовании очень маленьких чисел	Да, ест риск потери точности	Да, есть риск неверных вычислений при наличии в выражении больших чисел
Скорость вычислений	Выше благодаря вычислительным трюкам типа замены деления сдвигом	Ниже, требуется аппаратная поддержка плавающей точки
Проблемы при компиляции	Нет, всегда вычисляется корректно	Риск неоптимального использованием аппаратного ускорителя
Переносимость кода	Хорошая, целочисленные вычисления поддерживаются на всех контроллерах	Плохая, если нет или слабый FPU в целевом устройстве
Необходимость масштабирования при отображении	Да	Нет

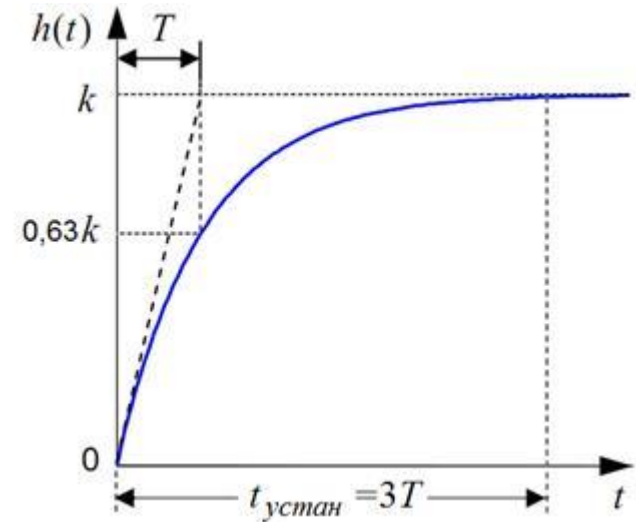
# На заметку

- Для K1921BK01T реализована библиотека вычислений в формате IQ8.24. Содержит функции умножения, деления, тригонометрии и квадратного корня. Доступна в репозитории <https://bitbucket.org/nietcm4/motorcontroldemo> в файлах IQmath.c и IQmath.h.
- Программы UniCON и COODedit поддерживают работу с относительными единицами и позволяют определить формат числа и задать базовую величину для корректного отображения в физических единицах

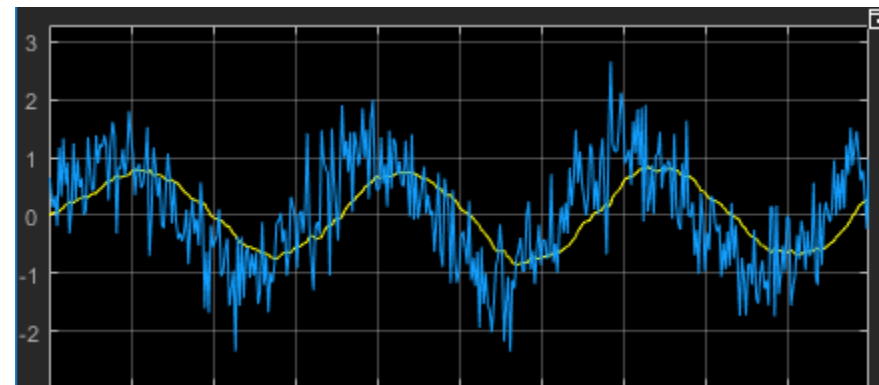
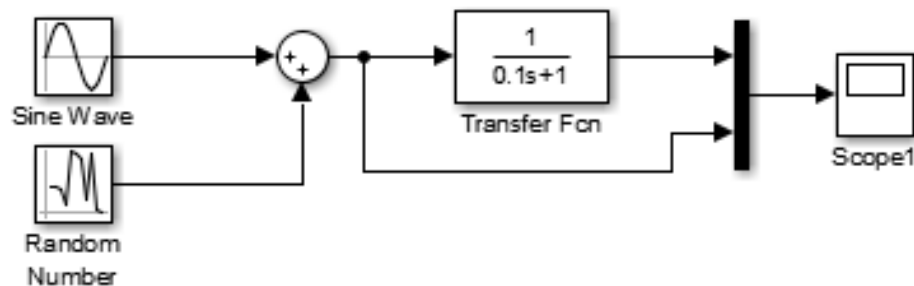
Название	Такты	Точность	Описание
_IQ24mpy(арг_1, арг_2)	8	31	Выполняет умножение аргументов в формате IQ24 друг на друга, возвращает результат в формате IQ24.
_IQ24div(арг_1, арг_2)	32	23	Выполняет деление аргумента_1 на аргумент_2 в формате IQ24, возвращает результат в формате IQ24.
_IQ24sqrt (аргумент)	43	23	Вычисляет квадратный корень. Входные и выходные данные в формате IQ24.
_IQ24sinPU(аргумент) _IQ24cosPU(аргумент)	30	10	Выполняет вычисление синуса/косинуса. Аргумент передается в относительных единицах IQ24, где 1.0 соответствует 360 градусов.
_IQ24sinPU_accurate (аргумент) _IQ24cosPU_accurate (аргумент)	83	14	Выполняет вычисление синуса/косинуса. Аргумент передается в относительных единицах IQ24, где 1.0 соответствует 360 градусов.
_IQ24atan2PU(арг_1, арг_2)	100	8	Функция арктангенса двух аргументов. Вычисляет угловое значение вектора в декартовой системе координат. Результат представлен в относительных единицах, где 1.0 соответствует 360 градусов.
_IQ24mag(арг_1, арг_2).	60	23	Функция вычисления амплитуды вектора, заданного аргументов 1 и 2.
_IQ24toF(аргумент_1)	2	23	Функция преобразования из формата IQ24 в формат с плавающей точкой.
_IQXX(аргумент)	2	-	Преобразование данных в формате с плавающей точкой в целочисленные форматы.

# Пример разработки и отладки программы инерционного звена первого порядка (фильтра)

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1}{T_{\phi}p + 1};$$



Где  $T_{\phi}$  – постоянная времени фильтра



$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1}{T_{\Phi}p + 1};$$

$$T_{\Phi}yp + y = x;$$

Для преобразования уравнения фильтра из непрерывной области в дискретную, введем интервал дискретизации по времени  $h$ . Тогда производная в уравнении может быть представлена в виде разности первого порядка:

$$T_{\Phi} \frac{y_k - y_{k-1}}{h} + y_k = x_k;$$

$$\left(1 + \frac{T_{\Phi}}{h}\right) y_k = \left(\frac{T_{\Phi}}{h}\right) y_{k-1} + x_k;$$

$$y_k = \frac{\left(\frac{T_{\Phi}}{h}\right)}{\left(1 + \frac{T_{\Phi}}{h}\right)} y_{k-1} + \frac{1}{\left(1 + \frac{T_{\Phi}}{h}\right)} x_k.$$

$$y_k = \frac{T_\Phi}{(T_\Phi + h)} y_{k-1} + \frac{h}{(T_\Phi + h)} x_k.$$

$$y_k = k_{y1} y_{k-1} + k_{x0} x_k,$$

Пусть  $Th = \frac{T_\Phi}{h}$ , тогда программный код:

```
void Filter_Init()
{
    ky1=_IQdiv(Th,Th+_IQ(1));
    kx0=_IQdiv(_IQ(1),Th+_IQ(1));
}
```

```
void Filter_Execute()
{
    y=_IQmpy(kx0,x)+_IQmpy(ky1,y);
}
```

# Можно принять допущение и упростить формулы:

$$T_{\Phi} \frac{y_k - y_{k-1}}{h} + y_k = x_k; \quad \text{Выразим один } y_k$$

$$y_k = x_k - T_{\Phi} \frac{y_k - y_{k-1}}{h}; \quad \text{Домножим на } h$$

$$hy_k = hx_k - T_{\Phi} y_k + T_{\Phi} y_{k-1}; \quad \text{Выразим } T_{\Phi} y_k$$

$$T_{\Phi} y_k = hx_k - hy_k + T_{\Phi} y_{k-1}; \quad \text{Выразим другой } y_k$$

$$y_k = \frac{hx_k - hy_k + T_{\Phi} y_{k-1}}{T_{\Phi}};$$

$$y_k = y_{k-1} + h \frac{x_k - y_k}{T_{\Phi}};$$

$$y_k = y_{k-1} + \frac{h}{T_{\Phi}} (x_k - y_{k-1});$$



Приблизительно  
равен  $y_{k-1}$



# Упрощенное выражение фильтра

$$y_k = y_{k-1} + \frac{h}{T_\phi} (x_k - y_{k-1});$$

Это выражение имеет интуитивно-понятный смысл:

На данном шаге расчета отфильтрованное значение ( $y_k$ ) равно тому же самому, чему было равно в прошлый раз ( $y_{k-1}$ ) плюс коррекция, которая пропорциональна разнице между входом фильтра и его выходным значением. Чем отношение  $h/T_\phi$  больше, тем коррекция сильнее, соответственно фильтр работает «быстрее» и фильтрует слабее.

Программная реализация также проста и делается одной строкой:

```
output = output + _IQmpy(kf, (input-output)) ;
```

Где  $kf$  – коэффициент фильтра, равный  $h/T_\phi$  : отношению частоты вызова функции фильтра  $h$  к желаемой постоянной времени  $T_\phi$ .

# Практическая работа по запуску фильтра

- Запустить проект MotorControlDemo в VectorIDE
- В функции TIM0\_IRQHandler, вызывающейся с частотой 10кГц, реализовать оба варианта фильтра первого порядка при помощи библиотеки IQmath в формате IQ8.24 с постоянной времени 1мс.
- Сформировать входной сигнал, представляющий собой зашумленный синус амплитудой 1 о.е. и частотой 50Гц. Шум реализовать при помощи синуса высокой частоты и амплитуды 0.2 о.е.
- Для наблюдения работы фильтра присвоить входной сигнал в переменную DebugW1, а отфильтрованные двумя типами фильтров сигналы в переменные DebugW2 и DebugW3.
- Запустить проект. Добавить переменные в осциллограф UniCON, наблюдать результат работы фильтра.
- Повторить те же шаги для вычислений в формате плавающей точки. Входные и выходные данные поместить в переменные DebugF1, DebugF2, DebugF3.